

Зачем решать задачу различными способами?

Н.А. Шкильменская

Проблемы, связанные с обучением младших школьников решению сюжетных задач, как были, так и остаются на сегодняшний день весьма актуальными. В методической литературе по математике по-разному рассматривается роль и назначение задач, имеющих не одно, а много (два или более) способов решения. Многие авторы склонны видеть здесь лишь одну функцию – активизацию мыслительной деятельности учащихся, которую связывают главным образом с выбором наиболее рационального, простого и изящного решения задачи, что свидетельствует об умении ученика мыслить, рассуждать, проводить правильные умозаключения.

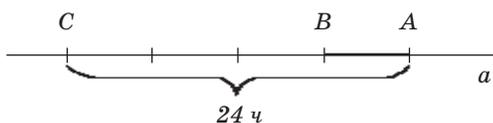
Соглашаясь с необходимостью выделения данной функции, заметим, что для решения задачи различными способами учащемуся необходимо овладеть основными методами решения задачи. Покажем это разнообразие методов на примере.

Задача 1. «Который теперь час?» – спросил Андрей у отца. «А вот сосчитай: до конца суток осталось втрое меньше того времени, которое прошло от их начала». Который час был тогда?

Решение 1 (арифметический метод). Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то время, составляющее сутки, можно разделить на $1 + 3 = 4$ части. Поскольку одна часть составляет $24 : 4 = 6$ часов и втрое меньше прошедшей, то прошедшая часть суток составляет $24 - 6 = 18$ часов.

Решение 2 (алгебраический метод). Пусть x часов прошло от начала суток, тогда $(24 - x)$ часов осталось до конца суток. Поскольку оставшаяся часть втрое меньше прошедшей, то получим уравнение $x = 3 \cdot (24 - x)$, решив которое найдём $x = 18$ часов.

Решение 3 (геометрический метод). Пусть отрезок BA изображает оставшееся в сутках количество часов.

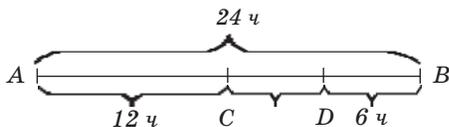


На прямой a от точки B отложим отрезок $CB = 3 \cdot BA$, изображающий прошедшее в сутках количество часов. Тогда отрезок CA изображает количество часов в сутках (24 часа), следовательно, отрезок BA изображает $24 : 4 = 6$ часов, значит, отрезок CB представляет 18 часов.

Решение 4 (метод подбора и догадки). Прошедшая часть суток не может быть меньше 3 часов, так как $3 + 3 : 3 = 4 < 24$, и не может быть больше 24 часов, так как $24 + 24 : 3 = 32 > 24$. Значит, до момента задания вопроса могло пройти от 4 до 23 часов. Рассмотрим ряд натуральных чисел от 4 до 23; из всех чисел этого ряда нацело делятся на 3 только числа 6, 9, 12, 15, 18 и 21. Методом подбора находим, что только число 18 удовлетворяет соотношению $18 + 18 : 3 = 24$. Следовательно, с начала суток прошло 18 часов.

Решение 5 (метод перебора всевозможных случаев). Представим число 24 в виде суммы двух натуральных чисел, кратных 3. Получим следующие представления: $3 + 21$; $6 + 18$; $9 + 15$; $12 + 12$. Условию задачи удовлетворяет только пара чисел 6 и 18, следовательно, прошло 18 часов.

Решение 6 (метод уравнивания).



Пусть отрезок AB изображает количество часов в сутках. Разобьём его точкой C на две равные части, тогда отрезок $AC = CB$ изображает 12 часов. Разобьём точкой D отрезок CB на две равные части, тогда отрезок $CD = DB$ изображает 6 часов, а отрезок AD — 18 часов. Так как оставшаяся часть суток втрое меньше прошедшей части, то отрезок AD будет изображать прошедшую часть суток, иными словами, с начала суток прошло 18 часов.

Решение задач различными способами на уроке может играть и вводно-мотивационную роль. Так, перед тем как рассмотреть с учащимися понятие коэффициента пропорциональности, им можно предложить следующую задачу.

Задача 2. На дворе играли 7 девочек и 2 мальчика. Все девочки одного возраста, и мальчики тоже одного возраста, а в общей сумме им было 80 лет. Если бы детей разделили на две группы, чтобы в одной группе были 5 девочек, а в другой — все остальные дети, то общая сумма возрастов детей в каждой группе была бы одинаковой. Какого возраста были мальчики и какого девочки?

До изучения коэффициента пропорциональности школьники могут найти следующие способы решения:

Способ 1. Предположим, что мальчики и девочки одного возраста. Разделим 80 на $7 + 2 = 9$. При делении получается остаток 8, следовательно, наше предположение не верно, т.е. мальчики и девочки не одного возраста. Предположим, что девочки старше мальчиков. Тогда 8 (остаток) должно нацело делиться на 7 (число девочек), но это очевидно не так и, следовательно, наше предположение не верно, т.е. девочки младше мальчиков. Предполагает, что им по 8 лет. $80 = 9 \cdot 8 + 8$; здесь 8 — суммарная разница в возрасте двух мальчиков по отношению к возрасту девочек, следовательно, каждый мальчик старше девочки на 4 года, значит, мальчикам по 12 лет.

Способ 2. Пяти девочкам столько же лет, сколько двум мальчикам и двум девочкам, поэтому девочкам по $(80 : 2) : 5 = 8$ лет, а мальчикам по $(40 - 8 : 2) : 2 = 12$ лет.

Способ 3. Пусть девочкам по x лет, тогда мальчикам по $(80 - 7x) : 2$ лет. По условию задачи имеем уравнение $5x = 2x + 2(80 - 7x) : 2$. Решая его, находим $x = 8$. Следовательно, девочкам по 8 лет, а мальчикам по $1,5 \cdot 8 = 12$ лет.

Способ 4. Пусть мальчикам по y лет, тогда девочкам по $(80 - 2y) : 7$ лет. По условию задачи имеем уравнение $(80 - 2y) : 7 \cdot 5 = (80 - 2y) : 7 \cdot 2 + 2y$. Решая его, находим $y = 12$. Следовательно, мальчикам по 12 лет, а девочкам по $(80 - 2 \cdot 12) : 7 = 8$ лет.

Способ 5. Пусть мальчикам по y лет, тогда девочкам по $(40 - 2y) : 2$ лет. Поскольку сумма возрастов семи девочек и двух мальчиков равна 80, то можно составить уравнение: $7(40 - 2y) : 2 + 2y = 80$. Откуда $y = 12$. Следовательно, мальчикам по 12 лет, а девочкам по $(40 - 2 \cdot 12) : 2 = 8$ лет.

После этого учитель в качестве демонстрации нового способа решения задачи выводит понятие коэффициента пропорциональности и иллюстрирует его использование с помощью другого решения данной задачи:

Способ 6. Двум мальчикам столько же лет, сколько трём девочкам (при распределении детей на группы в первой из них 2 + 3 девочки, а во второй 2 девочки + 2 мальчика), т.е. возраст мальчика относится к возрасту девочки как 3 : 2. Принимая x за коэффициент пропорциональности, получаем: $3x \cdot 2 + 2x \cdot 7 = 80$. Откуда $x = 4$. Значит, девочкам по $2 \cdot 4 = 8$ лет, а мальчикам по $3 \cdot 4 = 12$ лет.

Решение задачи различными способами требует применения комплекса ранее изученных знаний. Значит, это процесс систематизации усвоенных учащимися знаний и умений.

К тому же при решении задачи различными способами у ученика формируется умение анализировать прочитанное, правильно оформлять свои записи, письменные работы.

«Хороший учитель обязан понимать, что никакую задачу нельзя исчерпать до конца. Этот взгляд он должен прививать и своим ученикам» (Д. Пойа). Для этого учителю важно иногда проводить уроки, посвященные одной задаче, интересной по содержанию, богатой идеями, имеющей несколько способов решения. На таких уроках задача выступает уже не только в качестве иллюстрации теории, а рассматривается и как самостоятельный объект, как средство развития исследовательской деятельности учащихся.

Поиски различных способов решения математических задач, рассмотрение всех возможных способов решения, критическая оценка этих способов с целью выделения из них наиболее рационального – важный фактор развития математического мышления. При этом прежде

всего развивается гибкость (нестандартность) ума, которая проявляется в быстроте ориентировки в новых условиях, в умении видеть новое в известном, выделять существенное, выступающее в скрытой форме.

Нельзя не учитывать и того, что решение задачи различными способами развивает навыки самоконтроля у учащихся, поскольку ответ при всех найденных способах решения одной задачи должен быть одинаков.

Решение задачи различными способами – это увлекательный творческий процесс, развивающий воображение, подталкивающий учащегося придумывать, искать все новые и новые решения задачи. Известны случаи, когда процесс поиска решений одной задачи растягивался на долгие годы; об этом рассказывает С. Азлецкий в своей статье «Десять решений одной задачи» [1]: встретившись однажды с задачей «Доказать, что сумма углов пятиконечной звезды равна ста восьмидесяти градусам», он так увлекся ею, что искал всё новые решения в течение 35 лет. За это время было найдено 10 способов доказательства.

Безусловно, что решение задач различными способами воспитывает интерес у учащихся к математике, иллюстрирует эстетический потенциал этого предмета. Следовательно, можно говорить и о воспитательной функции таких задач.

Обобщим выявленную ценность задач, имеющих несколько способов решения. Мы можем говорить о таких дидактических функциях этих задач, как вводно-мотивационная, контрольно-оценочная, нахождение более рационального способа решения, овладение основными методами решения задачи, систематизация знаний, формирование общеучебных умений; развивающие функции этих задач – развитие исследовательских умений и навыков, математического мышления, навыков самоконтроля, самостоятельности в отыскании путей решения; наконец, налицо воспитывающие функции – воспитание личностных качеств школьников (трудолюбия, целеустремленности, настойчивости, аккуратности), интереса к изучаемому предмету, чувства прекрасного.

Литература

1. *Азлецкий, С.* Десять решений одной задачи / С. Азлецкий // Математика : Ежегод. учеб.-метод. прилож. к газете «Первое сентября». – 2001. – № 15.

2. *Демидова, Т.Е.* О способах проверки решения текстовых задач / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких // Математика в школе. – 1999. – № 5.

3. *Шкильменская, Н.А.* Видоизменение математической задачи как способ дифференциации учащихся / Н.А. Шкильменская // Начальная школа плюс До и После. – 2009. – № 1.

Наталья Анатольевна Шкильменская – канд. пед. наук, доцент, заведующая кафедрой педагогики и методики преподавания математики Коряжемского филиала Поморского государственного университета им. М.В. Ломоносова, г. Коряжма, Архангельская обл.